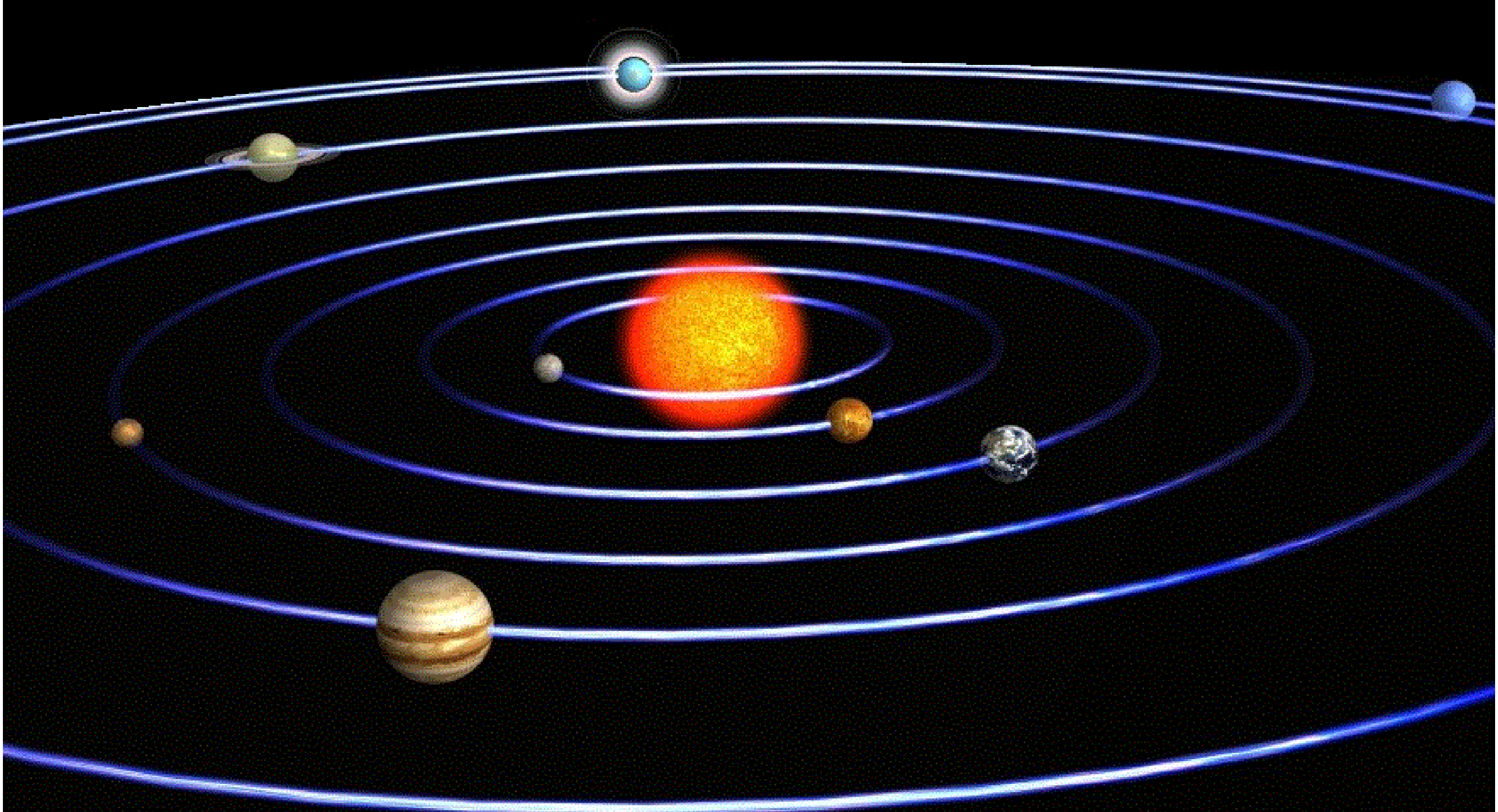
Physik-Facharbeit

Anton Rabe

Verschiedene Methoden der Himmelsmechanik in der Geschichte



Inhaltsverzeichnis

1.Einleitung 3
2.Anfänge in der Antike..3
3.Ptolemäus/ die Epizykeltheorie..4
4.Die Kopernikanische Wende 5
Tycho Brahe und Johannes Kepler...6
5.Die Keplerschen Gesetze..7
Das zweite Keplersche Gesetz...8
Das dritte Keplersche Gesetz...8
Grenzen und Fehler der Keplerschen Gesetze...9
Erste Überlegungen zur Kinetik...10
6.Newtons Himmelsmechanik/ die Gravitationstheorie..10
Newtons Planeten- und Mondberechnungen..11
7.Gezeitenkräfte/ die Roche-Grenze..12
8.Raumfahrt und kosmische Geschwindigkeiten..12
Für die Erde liegt diese Geschwindigkeit bei 11,2 km/s. Das ist ca. 37 mal schneller als eine Kanonenkugel zu Kopernikus Zeiten (siehe 4.),mit der einst versucht wurde das heliozentrische Weltbild zu wiederlegen..13
9.Quellenverzeichnis..14

1. Einleitung

Als Himmelsmechanik bezeichnet man ein Teilgebiet der Astronomie, welches die Bewegungen von Himmelskörpern[1] mit den Methoden und Gesetzen der Mechanik erklärt. Sie ist eng verwandt mit den Wissenschaften Kosmologie und Astrometrie. Während die Astrometrie sich ausschließlich mit Entfernungen und Flugbahnen von Himmelskörpern befasst, ist die Kosmologie (Lehre von Weltbildern) eine Art Mutterwissenschaft der Himmelsmechanik. Diese ist als Erklärungs und/oder Beweismethode kosmologischer Modelle (Weltbilder) entstanden. Deshalb muss man, wenn man die Entstehung der Himmelsmechanik als Wissenschaft betrachtet zuerst die verschiedenen Weltbilder der Geschichte und deren Entstehung erläutern. Da die Himmelsmechanik als solche in Europa entstand, werde ich mich auch bei der chronologischen Auflistung der Weltbilder auf die Entwicklungen in Europa beschränken.

2. Anfänge in der Antike

Die ersten überlieferten Weltbilder, die von einer Kugelgestalt der Erde und einem Raum, in dem sich die die Planeten bewegen, ausgeht, stammt von den alten Griechen. Der Naturphilosoph Platon betrachtete die Geometrie als göttliche Methode und den Schlüssel zur Erklärung der Welt. Laut Platon bewegen sich die fünf damals bekannten Planeten[2] und die Sonne auf runden Kristallsphären mit gleichmäßiger Geschwindigkeit um eine stillstehende Erde (geozentrisches Weltbild). Auf der äußersten Sphäre befanden sich alle Sterne in feststehender Anordnung (Fixsternsphäre). Die Sphären der Planeten befanden sich laut Platon näher an der Erde und bewegten sich deshalb vor dem Sternenhimmel. Dieses Weltbild hatte einige stark idealisierte Aspekte. So forderte Platon z.B., dass sich die Planeten auf exakten Kreisbahnen bewegen müssten, da ihm das als die reinste und göttlichste aller Bahnformen erschien. Wie man hieran sehen kann, war Platons Vorstellung kein rein physikalisches Weltbild, sondern stark von religiösen und philosophischen Idealen geprägt. Platons Nachfolger und Schüler Aristoteles schrieb den Planeten sogar göttliche Eigenschaften und ein Bewusstsein zu. So konnte das Modell, das damals aufgrund des großen Ansehens der Philosophen weit verbreitet war, zum einen seine gravierenden Schwächen bei der Erklärung bestimmter Phänomene kompensieren und zum anderen sich in Gesellschaft der damaligen religiösen Vorstellungen halten. Lezteres war auch das Problem anderer Weltbilder der Antike. Mit der stetigen Verbesserung der Aufzeichnungen und der zunehmenden Verbreitung des Monotheismus durch das Christentum verlor dieses Weltbild zum Ende der Antike zunehmens an Vorhersagekraft und Glaubwürdigkeit. Insbesondere die scheinbaren Schleifenbewegungen

---

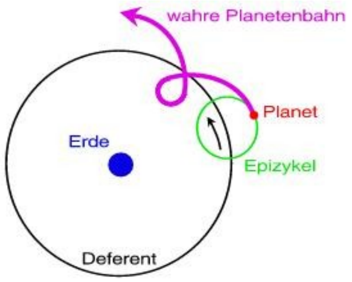
1 Planeten, Asteroiden, Sterne, Sateliten etc.

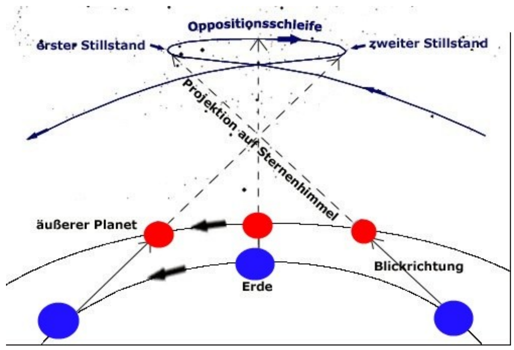
2 Bis zur Neuzeit waren nur die mit bloßem Auge sichtbaren Planeten Merkur, Venus, Mars, Jupiter und Saturn bekannt. Die Erde selbst galt natürlich nicht als Planet.

der Planeten am Himmel (Oppositionsschleifen), die -wie wir heute wissen- durch die Bewegung der Erde im Verhältnis zu den langsameren äußeren Planeten[3], bzw. die Bewegungen von Merkur und Venus um die Sonne entstehen. Aufgrund dieser beobachteten Phänomene, musste das Weltbild angepasst werden.

3. Ptolemäus/ die Epizykeltheorie

Der Grieche Claudius Ptolomäus schaffte es als erster, das geozentrische Weltbild so zu modifizieren, dass es die Oppositionsschleifenbewegungen der Planeten ansatzweise erklären konnte. Dazu verwendte er die von Aristarchos von Samos entwickelte Epizykeltheorie, die besagte, dass die Planeten sich in kleineren Kreisbahnen -sogennanten Epizykeln (altgr. Über-kreis)- umSchwerpunkte drehen, welche sich wiederum auf einer größeren Kreisbahn (Referent)um die Erde drehten: So entsteht laut Ptolomäus die scheinbare Rückwärtsschleife in der Planetenbahn (Grafik 1). Tatsächlich entsteht die Schleifenbewegung allerdings durch das "Überholen" eines langsameren äußeren Planeten durch die Erde. Dadurch, dass sich der Beobachter auf der Erde befindet, scheint der Planet eine Kurve zu fliegen (Grafik 2).





1.Oppositionsschleifenbewegung laut der Epizykeltheorie.

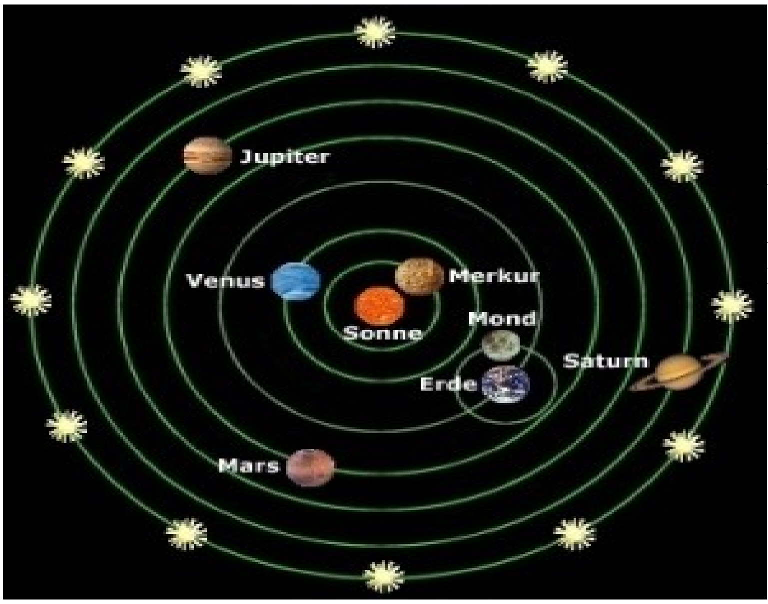
2.Oppositionsschleifenbewegung Nach heutigen Kenntnissen

Das geozentrische Welbild mit der Erweiterung um die Epizykeltheorie wurde als Ptolomäisches Weltbild bekannt. Mit der Epizykeltheorie ließen sich die Geschwindigkeitsveränderungen der Planeten auf ihren Bahnen beschreiben ohne von der "göttlichen" Kreisbahn als Bahnform abweichen zu müssen. Für beinahe 1500 Jahre blieb das Ptolomäische Weltbild als von der Gesellschaft annerkanntes allgemeines Weltbild fester Bestandteil der europäischen Kultur. Aufgrund der technischen Rückentwicklung im Mittelalter, war es nicht möglich die wenigen Ungenauigkeiten in der Vorhersage festzustellen. Die katholische Kirche verbreitete das als Ptolomäische Weltbild als einzig wahre Ansicht über die Vorgänge am Himmel. Anderes galt als Ketzerei. Die immense Macht der Kirche im Mittelalter

3 Siehe Grafik.

ist wohl der Hauptgrund für den langen Bestand des Weltbilds.

Erst mit den Bewegungen der Reformation war es protestantischen Physikern in Mitteleuropa möglich, sich gefahrlos mit Kosmologie zu befassen. So kam es, dass der deutsch-polnische Amateur-Astronom[4] Nikolaus Kopernikus (1473-1543) zu der bahnbrechenden Idee gelangte, die Theorie eines heliozentrischen Weltbildes zu entwerfen. Hierbei sollte die Sonne im Mittelpunkt stehen, und die Erde sollte einer der sechs , sich um sie drehenden Planeten sein. Der Mond drehte sich laut Kopernikus um die sich um die Sonne drehende Erde, Damit erklärt das Weltbild, warum Sonne und Mond als einzige damals bekannten Objekte keine Oppositionsschleifenbewegungen vollziehen. Das geozentrische Weltbild konnte das nicht erklären. Der Fixsternhimmel ist in dem Modell eine wahrhaft fixe Sphäre die das gesamte Modell umschließt. Die tägliche Drehung des Himmels erklärte Kopernikus als Drehung der Erde um sich selbst. Diese Theorie, die heute als kopernikanisches Weltbild bezeichnet wird veröffentlichte er in seinem Werk "De revolutibonius orbium colestium" (lat. Über die Umschwünge der himmlischen Kreise). Darauf folgte eine der größten wissenschaftlichen und gesellschaftlichen Wandlungen aller Zeiten.



3. Das heliozentrische Weltbild mit der Fixsternsphäre als

Außenhülle und dem Mond als Erdtrabanten.

4. Die Kopernikanische Wende

Die revolutionäre Theorie von Kopernikus verbreitete sich besoders in Fachkreisen sehr schnell. Unter anderem wohl aufgrund seiner Einfachheit, aber auch wegen seiner besseren Erklärung der Bahnen von Merkur, Venus und Mond wurde es zum Hauptweltbild der Protestanten und auch während der Aufklärung als Gegenmodell zum kirchlichen geozentrischen Weltbild verbreitet Der Philosoph Immanuel Kant bezeichnete den damaligen gesellschaftlichen Umschwung erstmals als Kopernikanische Wende. Dennoch gab es ,von Seiten der Katholiken und der von ihnen beeinflussten Wissenschaftler, auch starke Zweifel am Weltbild. Diese

4 Kopernikus war von Beruf Arzt und Jurist.

entstanden unter anderem aus mangelnder Erkenntnis bzw. Abstraktionsbereitschaft in Bezug auf bewegte Systeme. So behaupteten Kritiker des Weltbilds, dass eine Gewehrkugel, die senkrecht nach oben geschossen würde auf einer sich drehenden und bewegenden Erde woanders oder gar nicht wieder hinunterfallen würde, da die Erde sich ja innerhalb der Flugzeit weitergedreht hätte. Die Physiker waren nicht in der Lage, die Zugehörigkeit der Kugel zum sich drehenden System Erde zu erkennen. Die Geschwindigkeit, die die Kugel bräuchte, um das System zu verlassen, ist um vieles höher (siehe 8.). Auch Kopernikus konnte sich allerdings nicht erklären, warum die Fliehkraft, die durch die schnelle Drehung der Erde erzeugt wird, sich nicht auf die Vorgänge auf der Erdoberfläche auswirkte. Europaweit blieb das Weltbild ein Streitpunkt, zwischen dem protestantischen Norden und dem katholischem Süden. Auch Jahre nach der kopernikanischen Wende im Nordosten, war es Gallileo Gallilei im katholischen Italien nicht möglich seine kosmologischen Erkenntnisse zu veröffentlichen. Der forwährende Streit war allerdings viel eher theologischer als astronomischer Natur.

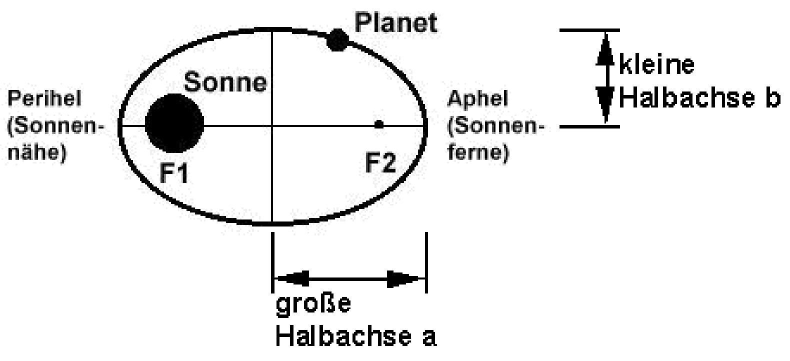
Tycho Brahe und Johannes Kepler

Der Streit um das Kopernikanische Weltbild hielt lange an. Unter anderem, weil das heliozentrische Modell, trotz seiner Richtigkeit, empirisch keine deutlichen Vorteile in der Vorhersagekraft aufwies. Die Vorhersage der Oppositionsschleifen mit dem kopernikanischen Modell war auf makroebene kaum näher an der tatsächlichen Bewegung, als die vom geozentrischen Weltbild vorausgesagte Bewegung. Das veranlasste den dänischen Astronomen Tycho Brahe, der am Hof von Prag königlicher Hofastronom war, dazu, die Schleifenbewegung des Planeten Mars mit neuen technischen Mitteln exakter den je zu vermessen. Dabei entdeckte er eine Abweichung der Kurvenform von von beiden Modellen. Brahe selbst war ein Anhänger des ptolomäischen Weltbildes und deshalb nicht gewillt mit seinen Beobachtungen eine Revolutionierung des neuen heliozentrischen Weltbildes herbeizuführen. Sein Schüler Johannes Kepler (1571-1630) hingegen war Protestant und Verfechter des kopernikanischen Weltbildes. Im Gegensatz zum konservativen Brahe, machte er sich bereits in jungen Jahren Gedanken über eine absolute einwandfreie Vorhersagemöglichkeit für die Planetenbewegungen. Ähnlich wie Platon, war er fasziniert von einer makellosen Lösung. Er vermutete er kurze Zeit die Planetensphären würden exakt die Eckpunkte von natürlichen geometrischen Formen markieren. Außerdem war er fasziniert von einer Theorie des Pythagoras nach der die Bewegungen der Planeten im Verhältnis zueinander die Frequenzverhältnisse musikalischer Intervalle, und somit eine Art Weltharmonie darstellen sollten. Seine theoretischen Forderungen einer vollkommenden Bahform erwiesen sich in der Empirie jedoch als richtig. Daraufhin begann Kepler an der reinen Geometrie als Lösung zu zweifeln. Nach Brahes Tod, an dem er nicht unschuldig gewesen sein soll, gelangte er an die von Brahe vor ihm geheim gehalten Daten der Marsbahn.

5. Die Keplerschen Gesetze

Johannes Kepler verfügte nun über die genauesten astrometrischen Daten der Geschichte. Auch ihm fiel auf , dass die tatsächliche Oppositiosschleifenbewegung des Mars um acht Grad von der vom heliozentrischen Weltbild vorausgesagten Bewegung abwich. Die Schleife war spitzer als erwartet. Um mit den Daten mathematisch zu arbeiten, musste Kepler zuerst eine der großen Schwierigkeiten des heliozentrischen Weltbildes in seine Berechnungen einbeziehen. Im Kopernikanischen Weltbild, von dem Kepler fest überzeugt war, befand sich der Beobachter auf einem bewegten Körper im System. Also musste Kepler um die Bahn des Mars zu analysieren die relativen Bewegungen des Mars, von der Erde aus gesehen in die tatsächliche Bahn umrechnen. In einer unglaublich zeitaufwändigen Rechenleistung musste Kepler zuerst die Bahnform der Erde errechnen, um dann das Verhältnis von tatsächlicher Erdbewegung zu tatsächlicher Marsbewegung zu berechnen. Kepler kannte dabei keine tatsächlichen astronomischen Längen und Abstände sondern lediglich Verhältnisse.

Nach jahrelangen Berechnungen erkannte Kepler, dass das Axiom der korrekter Kreisbahnen, welches seit der Antike nie in Frage gestellt worden war, der Fehler im System war. Statt auf Kreisbahnen müssten sich die Planeten laut Kepler auf ellipsenförmigen[5] Bahnen geringer Exzentrität um die Sonne , welche sich in einem der zwei "Brennpunkte (F) der Ellipse befindet, bewegen, um die tatsächlich beobachteten Bahnen zu vollziehen. Der Planet befindet sich so nicht immer gleich nah an der Sonne (Kreisbahn), sondern ändert seine Entfernung stetig. Diese Erkenntniss wird heute als 1. Keplersches Gesetz bezeichnet. Es wurde zusammen mit dem 2. Keplerschen Gesetz in Keplers Schrift "Astronomia nova[6]" veröffentlicht. Die insgesamt drei Keplerschen Gesetze gelten insofern als revolutionär, als dass sie das heliozentrische Weltbild auf ein mathematisches Fundament stellten und diesem einen entgültigen Vorteil in der Vorhersagekraft gegenüber dem ptolomäischen Weltbild verschaffte.



4.Eine elliptische Planetenbahn nach Kepler.

5 Eine Ellipse ist ein verzerrter/ abgeflachter Kreis. Nicht alle Positionen auf der Peripherie sind dabei gleich weit vom Mittelpunkt entfernt.

6 "Astronomia nova" (neue Astronomie) ist das Hauptwerk Keplers und wurde 1609 acht Jahre nach Brahes Tod veröffentlicht. Darin beschreibt Kepler die Planetenbewegung mit mathematischen Gesetzen,die heute als Keplersche Gesetze bekannt sind.

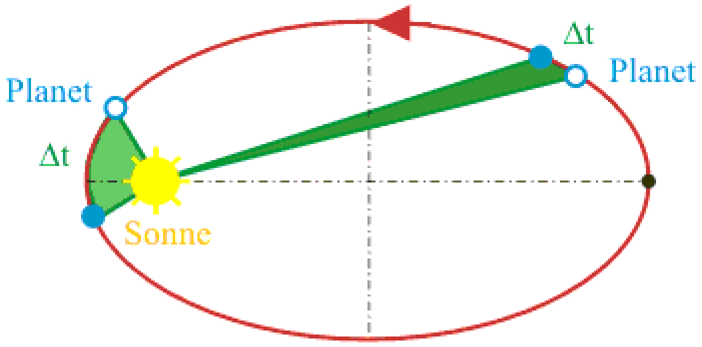
Das zweite Keplersche Gesetz

Das zweite Keplersche Gesetz ist wahrscheinlich das bedeutendste der drei Keplerschen Gesetze. Auch hier rechnet Kepler mit den Verhältnissen von Erd- und Marsbahn. In Brahes Aufzeichnungen zu den Geschwindigkeiten der Planeten lassen sich Unregelmäßigkeiten feststellen, die sich nicht durch die relativen Bewegungen des Beobachters ausgleichen lassen. Das heißt, dass die Geschwindigkeit des Planeten auf seiner Bahn varriert. Die mathematische Regelmäßigkeit dieser Variation, die später als zweites Keplersches Gestz bekannt ist, entdeckte Kepler, als er den Abstand von jeweils zwei Positionen mit gleichem Zeitabstand (**Δt**) auf der Bahn im Perihel (siehe Grafik 5.) und im Aphel miteinander verglich. Der Planet legt in Sonnennähe in gleicher Zeit eine längere Strecke zurück bzw. bewegt sich schneller als in Sonnenferne. Der entscheidene Punkt ist hierbei die vom Fahrstrahl[7] überstrichene Fläche (**A**). Diese ist bei gleichen **Δt** immer gleich groß. Oder mathematisch ausgedrückt:

Wenn **Δt** konstant ist gilt **A1=A2**

Das läßt sich auch für Fälle mit unterschiedlichen Zeitintervallen verallgemeinern:

Für alle zu vergleichenden Bahnabschnitte gilt: **A1/Δt1=A2/Δt2=A3/Δt3 ect.**



Da A sich aus dem Fahrstrahl und dem Bahnabschnitt zusammensetzt, ist der in selber Zeit zurückgelegte Bahnabschnitt in der Nähe der Sonne (kürzerer Fahrstrahl) länger. Der Planet legt in selber Zeit eine größere Strecke zurück/ ist schneller.

Das dritte Keplersche Gesetz

Das dritte Keplersche Gesetz wurde nach den anderen beiden in der Schrift "Harmonia mundi" (Weltharmonie) veröffentlicht und befasst sich mit den Umlaufzeiten der Planeten. Auch diese mussten relativ zur bekannten Erdumlaufzeit von einem Jahr berechnet werden Beim Vergleich der Verhältnisse der Umlaufzeiten mit den Bahnen der Planeten und den Verhälnissen der großen Halbachsen der Ellipsenbahnen (siehe Grafik 5.) entdeckte Kepler einen mathematischen Zusammenhang der beiden Größen, der für alle Planetenbahnen konstant war. Den stets konstanten Quotienten aus Quadrat der Umlaufzeit (**T^2**) und Kubus der Großen Halbachse (**a^3**) nennt man heute **Kepler-Konstante** (**C**).

7 Imaginäre Linie zwischen Sonne und Planet.

$\boxed{C=T^2 / a^3}$

Die Keplerkonstante ist vom Zentralkörper (nach heutigen Kenntnissen von der Masse des Zentralkörpers) abhängig.

Die Keplerkonstante für das System: Sonne/ Planeten ist **$2{,}97 \times 10^{-19}\ s^2/m^3$** . Die Kepler-Konstante für das System Erde/Mond lässt sich mit der großen Halbachse und der Umlaufzeit der Mondbahn berechnen und gilt für alle die Erde umkreisenden Körper. Die Umlaufzeit des Mondes von ca 2.358.720 s im Quadrat dividiert durch große Halbachse des Mondes von 384.400.000m mit drei potentziert. ergibt die Kepler-Konstante für den Zentralkörper Erde. Diese ist laut obiger Gleichung.

$C= 2.358\,720^{2} / 384.400.000^{3}$ ↓

$\underline{C=9{,}79 \times 10^{-14}\ s^2/m^3}$

Mit dieser Entdeckung war es Kepler möglich, die großen Halbachsen der Planetenbahnen auszurechnen und erstmals tatsächliche astrometrische Werte, die über die Mondbahn hinausgingen, zu errechnen.

Grenzen und Fehler der Keplerschen Gesetze

Die drei Keplerschen Gesetze sind Spezialfälle später entwickelter allgemeiner Gesetze. Während das 1. und das 3. Spezialfälle des Newtonschen Gravitationsgesetzes (siehe 6.) sind, beschreibt das zweite einen Sonderfall des Drehimpulserhaltungssatzes. Mit diesen Gesetzen konnten alle drei Gesetze später hergeleitet und bewiesen werden. Auch wenn mit damaligen Messmethoden kaum etwas an empirischen Schwächen der Gesetze festgestellt werden konnte, versagen sie bei Mehrkörpersystemen mit ähnlichen Massen, da sie die Rückwirkung der beteiligten Körper auf den Zentralkörper nicht erfassen. Da die Sonne 99,8 % der Masse des Sonnensystems in sich vereint waren solche Rückwirkungen bei den Planetenbewegungen kaum meßbar, und sind auch heute für Messungen kaum relevant. Aber bereits bei dem System Erde/Mond aus meiner Beispielrechnung ist aufgrund geringerer Massendifferenz eine deutliche Veschiebung des gemeinsamen Drehmittelpunktes von dem Mittelpunkt der Erde Messbar. Die Gravitationskraft des Mondes und die, durch die Verschiebung des Drehpunktes entstehende Zentrifugalkraft lassen sich als Gezeitenkräfte (siehe 7.) messen. Auch die Auswirkungen der Planeten aufeinander können die Keplerschen Gesetze nicht erfassen. Mit Einberechnung dieser sind sie aber eine wichtige Grundlage für die Voraussagung der Planetenbewegungen.
Bis zu seinem Tod (1630) beschäftigte sich Kepler mit Dreikörpersystemen, deren Bewegungen sich bis auf Sonderfälle bis heute nicht genau Vohersagen lassen. Erst 100 Jahre nach Keplers Tod fand Joseph Louis Lagrage eine mathematische Lösung für einen stabilen Sonderfall des bekannten "Dreikörperproblems".

Erste Überlegungen zur Kinetik

Ebenso revolutionär wie seine mathematischen Gesetze war Keplers für die damalige Kosmologie unübliche Denkweise. Insbesondere das zweite Keplersche Gesetz veranlasste Kepler zu der Überlegung, dass etwas die Planeten dazu bewegen müsste in der Nähe der Sonne schneller zu werden. Seine Gesetze befassen sich auf kinematischer[8] Ebene mit der Himmelsmechanik. Die Denkweise, einen Grund/eine Kraft, die die Bewegung antreibt, zu suchen (Kinetik), war in der Astronomie völlig neu. Kepler war Anhänger einer damals weit verbreiteten Theorie von Kraftarmen, die mit der Entfernung schwächer wurden und die die Planeten von der Sonne aus auf ihren Bahnen hielten. Diese Theorie kam der -heute bekannten- Gravitationstheorie schon sehr nahe konnte aber erst von Isaac Newton, der deshalb als begründer der Kinetik[9] in der irdeschen Mechanik und in der Himmelsmechanik gilt, mathematisiert werden.

6. Newtons Himmelsmechanik/ die Gravitationstheorie

Isaac Newton (1642-1727) entwickelte das für die Himmelsmechanik über alle Maßen wichtige Gravitationsgesetz. Dieses beschreibt genau jene Kraft, die Kepler in seiner Theorie der Kraftarme vermutet, auch wenn Newton es anhand irdischer Mechanik entdeckte. Bei Fallversuchen auf der Erde erkannte Newton, dass alle Massen eine Kraft auf andere Massen ausüben, die sogenannte Schwerkraft. Die Kraft zwischen zwei Massen ist laut Newton abhängig von den Massen der beiden Körper und deren Abstand. Mit der damals bekannten Erdmasse (**m1**)und der eines Fallkörpers (**m2**) sowie dem Erdradius (**r**) als Größen gelang es Newton die -heute weltbekannte- Gravitationskraft (**F**) mathematisch zu definieren: Das Produkt der Massen multipliziert mit dem Faktor der von Newton ermittelten **Gravitationskonstante** (**G**) geteilt durch das Quadrat des Radius.

$$\boxed{F= \frac{G*m1*m2}{r^2}}$$

Der mit heutigen Mitteln genau errechnete Wert von G liegt bei $\mathbf{6{,}67384*10^{-11}\ m^3/(kg*\ s^2)}$

Auf einen 80kg schweren Menschen auf der Oberfläche der $5{,}973*10^{24}$kg schweren Erde mit einem Radius von 6.371.000m, wirkt also eine Kraft von:

$$\mathbf{F= \frac{G*80kg*5{,}973*10^{24}kg}{6.371.000^2}}$$

Dieselbe Kraft wirkt der Mensch auch auf die Erde aus, sprich: wirkt auf die Erde in Richtung

8 Die Kinematik ist ein Teilgebiet der Mechanik, welches sich mit Bewegungen und Geschindigkeiten besfasst.

9 Die Kinetik ist ein Teilgebiet der Mechanik, welches sich mit Massen und Kräften befasst.

des Menschen.

Da Kraft sich multiplikativ aus Masse und Beschleunigung eines Objektes zusammensetzt (**F=a*m**) lassen sich für die beiden Massen durch Einsetzen und umstellen unterschiedliche Gravitationsbeschleunigungen ausrechnen. Es gilt logischerweise **m1/m2 = a1/a2**. Deshalb fällt der Mensch auf die Erde zu und nicht die Erde auf den Menschen.

In der Empirie erprobte Newton seine Theorien an Fallexperimenten an Berghängen. Es gelang ihm neben der Gravitation der Erde, die für das Fallen verantwortlich ist, eine Auswirkung der Gravitation des Berges festzustellen.

Der für die Himmelsmechanik wichtigste Schritt Newtons war nicht unbedingt die Entdeckung der Gravitation, sondern die Erweiterung ihres Wirkungsbereiches auf den Kosmos. Bis dahin war das All immer als "andere physikalische Welt" gesehen worden. Newton erkannte speziell an der Bahn des Mondes, dass die Gravitation die alles beeiflussende Kraft der Himmelsmechanik ist. Dabei verglich er die Bahnkrümmung des Mondes mit der Bahn, die entstehen würde, wenn die die errechnete Gravitationskraft für Abstand und Masse des Mondes Zentripetalkraft einer Kreisbewegung wäre. Die errechneten Bahnen waren nahezu identisch. Bei der Analyse der Planetenbahnen, stellte Newton fest, dass die Keplerschen Gesetze 1 und 3 nur Spezialfälle seiner Gravitationstheorie darstellten.

Newtons Planeten- und Mondberechnungen

Mit dem Einsetzen der Gravitation als Zentripetalkraft der Planetenbahnen standen Newton völlig neue Berechnungsmöglichkeiten offen.

$$\boxed{\textbf{Zentripetalkraft} = F_z = m_k * (v^2/r) = (G*m_z*m_k)/r^2}$$

mz ist hierbei die Masse des Zentralkörpers, **mk** die Masse des umkreisenden Körpers. **v** ist die Bahngeschwindigkeit des umkreisenden Körpers, und definiert als

$$\boxed{v = (2*\pi*r)/T}$$

T ist hierbei die Umlaufzeit des umkreisenden Körpers.

Durch Einsetzen des Terms der Umlaufgeschwindigkeit in den Term der Zentripetalkraft, welche mit der Gravitationskraft gleichgesetzt ist, und durch Umstellen der entstandenen Gleichung nach **mz**, lässt sich die Masse des Zentralkörpers errechnen.

$$mk*(v2/r) = mk*((4*\pi^2/r)/T^2) = (G*mz*mk)/r^2$$

-einsetzen; Das r² wird durch den Radius im Nenner gekürzt.

$$\boxed{\underline{mz = ((4*\pi^2)/G)*(r^3/T^2)}}$$

-Nach mz umstellen. Dabei kürzt sich mk heraus.

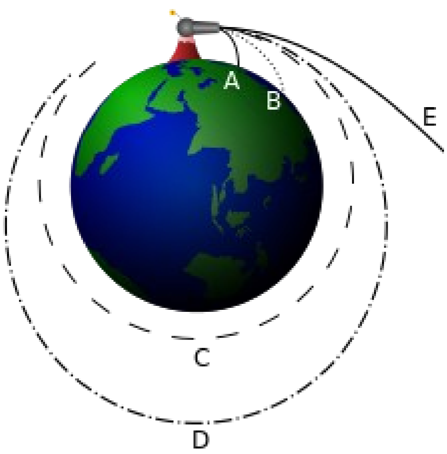
Mit dieser Formel konnte Newton die Masse eines jeden Zentralkörpers anhand der Umlaufzeit und dem Abstand ihrer Trabanten bestimmen. Diese Werte lassen sich durch Analyse der Planetenbahnen mit den Keplerschen Gesetzen bestimmen. So konnten die Masse der Sonne aber auch die des Planeten Jupiter und dies der Erde annhand von Umlaufzeit und Abstand ihrer Monde bzw Trabanten berechnet werden.

7. Gezeitenkräfte/ die Roche-Grenze

In der Newtonschen Physik wird mit Massepunkten gerechnet. Dabei berechnet man Position und Geschwindigkeit eines Körpers. De facto ist ein Körper ein dreidimensionales Objekt. Das heißt aber, dass nach nach Newtons Gravitationsgestz, bei dem der Abstand zweier Massen von großer Bedeutung ist, auf den weiter von der anziehenden Masse entfernteren Teil eines Körpers eine andere Kraft wirkt als auf den näheren Teil. Durch diese Differenz zwischen , die man als Gezeitenkraft[10] bezeichnet, verformt sich ein Himmelskörper, der sich um einen anderen dreht, da der dem Zentrum nähere Teil eine höhere Umlaufgeschwindigkeit benötigt als der vom Zentrum entfernte Teil. In der Nähe der anziehenden Masse steigt der Kraftunterschied drastisch an. Für jeden sich um einen Zentralkörper drehenden Körper existiert demnach eine minimale Distanz zum Schwerezentrum mit dem er eine stabile Bahn und Form halten kann. Diese Grenze ist abhängig von der Größe des Körpers (Strecke dea Kraftunterschieds) und den Kohäsions- und Gravitationskräften, die ihn zusammenhalten. Bei einer weiteren Annäherung, würden die Gezeitenkräfte die Kohäsionskräfte überwiegen, und der Körper würde zerbersten. Diese für jedes System spezielle Minimaldistanz bezeichnet man als Roche-Grenze. Benannt nach ihrem "Entdecker" dem französischen Astronom Eduard Albert Roche (1820-1883) benannt.

8. Raumfahrt und kosmische Geschwindigkeiten

Heutzutage sind himmelsmechanische Berechnungen In der Raumfahrt nicht mehr wegzudenken. Für den präzisen Einsatz von Sateliten und Sonden müssen die durch die Triebwerke erzeugten Geschwindigkeiten genauestens an die gravitativen Verhältnisse angepasst werden. Ein Sonderstellung haben dabei die sogenannten kosmischen Geschwindigkeiten, die nötig sind, um von der Erde aus gesehen das Bezugssystem zu wechseln.



Die erste kosmische Geschwindigkeit, ist die Mindestgeschwindigkeit, die ein Körper benötigt, um

10 Die maritimen Gezeiten auf der Erde entstehen durch die Gezeitenkräfte in Zusammenwirkung mit Fliehkräften.

,beim tangentialen Start von der Erdoberfläche, in einen Orbit (Kreisbahn) auf Ebene der Erdoberfläche zu gelangen und bei Vernachlässigung von Luftwiderstand nie wieder zurückzufallen (In der Grafik C). Die auf den Flugkörper wirkende Zentripetalkraft Ist die **Gravitation** der Erdmasse (**M**). Setzt man die Werte Masse und Erdradius (**r**) in den Term für die Gravitationskraft ein, den man wiederum in die Gleichung für die **Zentripetalkraft (FZ)** einsetzt, kann man durch Auflösen die Geschwindigkeit (**v**) des Flugkörpers ermitteln. Die geringe Masse des Flugkörpers (**m**), sowie der Erdradius, die in beiden Termen vorhanden sind kürzen sich heraus.

$$(m*v^2) / r = FZ$$ -Zentripetalkraft

$$(m*v^2) / r = G*(M*m/ r^2)$$ -Einsetzen der Gravitationskraft

$$(v^2) = G*(M/ r)$$ -herauskürzen

$$\boxed{v = \sqrt{G*(M / r)}}$$ -Nach v aufgelöst.

v ist nun die Geschwindigkeit, die ein Körper benötigt, um auf Höhe der Erdoberfläche auf einer elliptischen Bahn um die Erde zu kreisen. In diesem Fall wäre das eine Geschwindigkeit von 7,9 km/s. Allerdings muss beachtet werden, dass der Flugkörper durch die Erddrehung an der sein Abschussort teilnimmt bereits eine sehr hohe Geschwindigkeit hat. Für die Geschwindigkeit, die derKörper relativ zum zu verlassenden Bezugssystem braucht muss die Erddrehung, bei Start nach Osten subtrahiert, und bei Start nach Westen addiert werden. Mit zunehmendem Abstand zum Zentralkörper (r) sinkt die Geschwindigkeit, die für einen stabilen Orbit benötigt wird. Wenn der Flugkörper sich schneller bewegt, steigt die Exzentrität seiner Ellipsenbahn (D[11]) bis er diese in einer parabelförmigen Kurve verlässt (E). Diese Geschwindigkeit, die der Körper bei Start E hat, ist die zweite kosmische Geschwindigkeit. Sie ist mindestens notwendig um dem Gravitataionsfeld der Erde zu entkommen. Diese

$$\boxed{v2= \sqrt{2G*(M/r)}}$$

Für die Erde liegt diese Geschwindigkeit bei 11,2 km/s. Das ist ca. 37 mal schneller als eine Kanonenkugel zu Kopernikus Zeiten (siehe 4.),mit der einst versucht wurde das heliozentrische Weltbild zu wiederlegen.

Die dritte und vierte kosmische Geschwindigkeit werden benötigt um den Gravitationsfeldern der Sonne(3.) und Milchstraße(4.) zu entkommen bzw. Obwohl diese Grundlagen der Himmelsmechanik schon in der Neuzeit entwickelt urden, sind diese heute noch fester Bestandteil der für die Raumfahrt notwendigen astrometrischen Berechnungen.

---

11 In der Grafik werden unterschiedliche Startgeschwindigkeiten, keine Geschwindigkeitsänderung angezeigt.

9. Quellenverzeichnis

Grafik Titelseite: welt.de

Grafik 1: http://www.wissenschaft-online.de/astrowissen/lexdt_g03.html

Grafik 2:http://www.br-online.de/wissen-bildung/spacenight/sterngucker/planeten/oppositionsschleife-gr.html

Grafik 3:http://www.leifiphysik.de/content/weltbilder-und-keplersche-gesetze-heliozentrisches-weltsystem

Grafik 4:

Grafik 5:http://www.fe-lexikon.info/FeLexikon.htm

Grafik 6:http://de.wikipedia.org/wiki/Kosmische_Geschwindigkeiten

Literatur:

-Kuhn Physik 2

-"Die kosmische Hintertreppe" Ernst-Peter Fischer, Fischer Verlage

-http://de.wikipedia.org

-http://www.leifiphysik.de/

-http://www.abi-physik.de

-http://www.zum.de/Faecher/Materialien/gebhardt/astronomie/kepler.html