Spezielle Relativitätstheorie

Alon J. Böttcher

Hausarbeit an der Lernwerft
Club of Rome Schule Kiel
Klasse 12
Schuljahr 2012/2013

Inhaltsverzeichnis

Kapitel 1

Vorwort

Als Schüler der gymnasialen Profiloberstufe an der Club of Rome Schule Kiel war es mir im Rahmen des Faches Physik die Aufgabe, einen Leistungsnachweis in Form einer heimgefertigten Jahresarbeit zu erbringen. Das Thema war hierbei frei nach persönlicher Präferenz zu wählen, sofern es dem wissenschaftlichen Anspruch des Faches entsprach. Dementsprechend widmete ich mich einem Thema, welches schon seit geraumer Zeit mein Interesse weckte, wenngleich ich mich noch nie näher mit ihm auseinandergesetzt hatte. Der speziellen Relativitätstheorie, Vorläufer der allgemeinen Relativitätstheorie und damit einer der Grundpfeiler der modernen Physik. Eine Voraussetzung der Arbeit war der fachliche Fokus auf einen spezifischen Aspekt des übergeordneten Themas, da eine allgemein gefasste Erläuterung der Theorie die Kapazitäten einer schulischen Facharbeit übersteigen würde. Dem zu Folge verschaffte ich mir zunächst einen übersichtlichen Eindruck der Einsteinschen Relativitätstheorie, ihrer Folgerungen und ihrem Einfluss auf die Wissenschaft. Hierbei erkannte ich schnell, dass sich anhand der räumlichen und zeitlichen Transformationen, welche Einstein in der speziellen Relativitätstheorie thematisiert, ein Großteil seiner Folgerungen erklären lässt und sich daher als Thema einer Facharbeit eignen würde. Die Intention meiner Arbeit war folglich eine, dem Thema aber auch dem schulischen Hintergrund gerechte Erläuterung der Lorenz-Transformation, ihrer Herleitung und die beispielhafte Erklärung ihrer Folgerungen. Hierbei sollte dem Leser auch die Relevanz der Theorie für unser modernes Weltverständnis kenntlich gemacht werden.

Kapitel 2

Transformationen

2.1 Der Beobachter

Die Grundlage aller physikalischen Erkenntnisse ist die Beobachtung und Deutung natürlicher Abläufe und Phänomene, z.B. die Bewegung von Körpern im Raum, von denen dann auf allgemeingültige Gesetzmäßigkeiten geschlossen wird. All diese Thesen basieren folglich auf einer subjektiven Wahrnehmung, haben aber den Anspruch allgemeiner Gültigkeit. So sollen zwei oder mehrere Beobachter verschiedener Zustände immer die gleichen Regelmäßigkeiten erkennen. Ein Beispiel dafür ist eine bewegte und eine andere, unbewegte Person. Die bewegte Person, z.B. jemand, der in einem gleichmäßig fahrenden Zug sitzt, nimmt Bewegungen anders war, als die unbewegte, am Bahnsteig. Ein Vogel, der mit der Geschwindigkeit des Zuges neben diesem her fliegt, steht für jemanden im Zug still, während der stehende Beobachter seine Bewegung ausmacht. Das umgekehrte Beispiel wäre, wenn jemand im Zug einen Ball mit der Fahrtgeschwindigkeit in den hinteren Zug werfen würde. Für ihn bewegt sich der Ball von ihm weg, für die Person am Bahnsteig bleibt der Ball einfach auf der Stelle stehen. Doch beide Beobachter dieses Wurfes erkennen die gleichen Kraftgesetze. Die Person im Zug sieht den Ball mit einer, der Wurfkraft entsprechenden Geschwindigkeit fliegen, die am Bahnsteig sieht ihn entsprechend der Wurfkraft abbremsen. In diesem Beispiel ist der Person im Zug natürlich klar, dass sich der für sie stehende Vogel bewegt, weil sie sich ihrer relativen Bewegung bewusst ist, doch ohne einen Bezugspunkt könnte sie nur auf das schließen was sie selbst sehen kann. Bei der Beobachtung von Himmelskörpern zum Beispiel, werden nur Bewegungen relativ zur Erde erkannt, die sich natürlich selbst im Sonnensystem bewegt. Man kann also nie von einer absoluten Geschwindigkeit sprechen, weil es kein bevorzugtes Bezugssystem gibt.

2.2 Galilei Transformationen

Da jede Bewegung nur relativ zu gesetzten Bezugssystemen (also Koordinatensystemen) beschrieben werden kann, muss von einer Beobachtung, also dem einen Bezugssystem auf die Beobachtung in einem anderen geschlossen werden können. Diese Übertragung von Werten nennt man Transformation. Die allgemein geltenden Naturgesetze, in diesem Fall die Newtonschen Gesetze der Mechanik, sollten bei einer solchen Transformation invariant sein, sie sollten also in ihrer Form erhalten bleiben. Bezugssysteme, in denen die Newtonschen Gesetze unverändert gelten nennt man Inertialsysteme. Sobald sich ein Bezugssystem beschleunigt bewegt, treten Scheinkräfte auf. Körper auf die keine Kräfte wirken, bewegen sich nicht gleichförmig. Den ursprünglichen Weg, Vorgänge von einem Inertialsystem auf ein anderes zu übertragen, boten die so genannten Galilei-Transformationen, einer Gruppe Koordinaten-Transformationen, bei denen Werte, unter der Berücksichtigung der Bewegung beider Systeme zu einander und der Ursprungsverschiebungen transformiert werden. Die Transformation vom Inertialsystem F zu einem andern F', welches sich relativ zum ersten mit der konstanten Geschwindigkeit v auf der x-Achse bewegt und dessen örtlicher Ursprung um x_0 und zeitlicher um t_0 zum anderen verschoben ist, hat die Form:

$$x' = x + x_0 - vt \tag{2.1}$$

$$t' = t + t_0 \tag{2.2}$$

Die Werte $y' = y$ und $z' = z$ bleiben in diesem Fall gleich. Und um die Formel noch weiter zu vereinfachen können die Ursprünge gleich gesetzt werden, $x_0 = 0$, $t_0 = 0$, wodurch nur noch

$$x' = x - vt \tag{2.3}$$

bleibt.[1]

[1]Der Strich $'$ hat hier nicht die Bedeutung einer Ableitung.

Kapitel 3

Einsteinsche Postulate

3.1 Physikalische Gesetze im Inertialsystem

Der besondere Nutzen dieser Transformation ist, dass die Allgemeingültigkeit der Naturgesetze unabhängig vom Zustand des Beobachters gegeben ist, solange dieser keiner beschleunigten Bewegung ausgesetzt ist. Im Beispiel des Zuges ist es folglich egal, ob dieser steht oder sich mit konstanter Geschwindigkeit fortbewegt, der Ball befindet sich in Ruhe oder bewegt sich mit der Kraft, mit welcher er geworfen wurde. Die ersten beiden Newtonschen Gesetze gelten unverändert:

$$\vec{F} = m\vec{a} \tag{3.1}$$

Führt der Zug nun eine Beschleunigung $\vec{a}_Z$ aus, bewegt sich der Ball für den Insassen nicht mehr gleichförmig, es wirkt eine Schein-kraft $m\vec{g}_z$ auf ihn, die der umgekehrten Beschleunigung des Zuges entspricht. Das Newtonsche Gesetz liegt abgewandelt vor:

$$\vec{F} = m\vec{a} + m\vec{g}_z \tag{3.2}$$

Daraus folgt: Sobald der Zug abbremst oder beschleunigt ist die Perspektive des Mitfahrers kein Inertialsystem mehr. Das gleiche gilt für rotierende Systeme, da die hier auftretende Zentrifugalkraft nichts anders ist, als eine Scheinkraft, die sich aus der Beschleunigung des Systems durch die Zentripetalkraft ergibt. Der Anspruch aller Transformationen ist es, die oben genannte Erhaltung einer Gesetzmäßigkeit zu liefern und die Galilei Transformation bietet dies für die Newtonschen Axiome. Diese Invarianz der physikalischen Gesetze in allen Inertialsystemen sind verfasst als das Relativitätsprinzip, eines der Einsteinschen Postulate, und ist damit eine Grundannahme der Relativitätstheorie.

3.2 Die Lichtgeschwindigkeit

Für die bisherige Physik, also die Newtonschen Gesetze, waren die Galilei Transformationen völlig ausreichend, um die Invarianz dieser, nach der entsprechenden Transformation, zu gewährleisten. Jedoch wurden diese Gesetze allgemeiner Gültigkeit Ende des 19.Jahrhunderts entscheidend ergänzt. Der Physiker James Clerk Maxwell stellte seine berühmte Theorie der elektromagnetischen Felder auf, bekannt als die Maxwell-Gleichungen, welche sich praktisch als unwiderlegt erwiesen. Diese Gleichungen [1]

$$\nabla \cdot \mathbf{E} = \frac{\rho}{\varepsilon_0} \tag{3.3}$$

$$\nabla \cdot \mathbf{B} = 0 \tag{3.4}$$

$$\nabla \times \mathbf{E} = -\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} \tag{3.5}$$

$$\nabla \times \mathbf{B} = \mu_0 \mathbf{j} + \mu_0 \varepsilon_0 \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t} \tag{3.6}$$

enthalten die Variablen der elektrischen und magnetischen Feldkonstanten ε_0 und μ_0, welche direkt im Verhältnis zu der Lichtgeschwindigkeit c stehen:

$$c = \frac{1}{\sqrt{\varepsilon_0 \, \mu_0}} \tag{3.7}$$

Dieser Zusammenhang würde bedeuten, das bei einer variablen Lichtgeschwindigkeit keine absoluten Ergebnisse erzielt werden könnten. Die Felder wären vom Bewegungszustand des Körpers abhängig, und verschiedene Beobachter würden verschiedene Feldgleichungen erkennen. Im Beispiel hieße dies: Würde man sich mit halber Lichtgeschwindigkeit bewegen und entsende einen Lichtstrahl in Fahrtrichtung, so würde sich dieser nur mit halber Lichtgeschwindigkeit von einem fortbewegen. Dies würde bedeuten das der Aufbau eines elektrischen Feldes, da Licht elektromagnetische Wellen sind, von der Bewegung seines Ursprungs abhängig wäre. Doch die Relativität sagt uns, dass es keine absolute Geschwindigkeit gibt und Experimente zeigen, dass Licht keine bevorzugte Richtung besitzt, kein Medium durch welches es strömt. Ein sogenannter Äther (Medium von Strahlung) wurde durch das Michelson-Morley Experiment[2] widerlegt. Die einzige Möglichkeit, für die Invarianz der Maxwell-Gleichungen in allen Inertialsystemen, ist also eine konstante Lichtgeschwindigkeit, welche sich, im Vakuum gemessen, immer mit 300.000 km/s fortbewegt, unabhängig von der Eigengeschwindigkeit des Beobachters.

[1] Hier ist E die elektrische Feldstärke und B die magnetische Flussdichte.

[2] Beschreibung des Michelson-Morley Experimentes im Anhang B.1.

Kapitel 4

Die spezielle Relativitätstheorie

4.1 Dilatation

Die Idee einer universalen Lichtgeschwindigkeit war völlig unvereinbar mit bisheriger Physik, da die bekannte Art der Transformation alle Geschwindigkeiten als relativ zum Beobachter definierte. Doch nun sollte ein Beobachter, der sich mit dem Lichtstrahl bewegt, die gleiche Geschwindigkeit messen, wie jemand, der sich nicht mit ihm bewegt. Die These, dass der zeitliche Abstand zweier Ereignisse bzw. die räumliche Ausdehnung einer Länge, unabhängig vom Bewegungszustand des Beobachters ist, könnte demnach nicht zutreffen. Daraus folgt, das die Wahrnehmung für den Beobachter immer von seinem Bewegungszustand abhängt. Um auf das Beispiel zurückzukommen: Ein Beobachter, der sich mit halber Lichtgeschwindigkeit mit dem Lichtstrahl bewegt, misst die selbe universale Geschwindigkeit, da für ihn der zeitliche und räumliche Abstand von Ereignissen anders erscheint, als für einen Beobachter, der ihn mit dem Lichtstrahl mitfliegen sieht. Dieser Unterschied in der Wahrnehmung zweier Beobachter muss sich folglich aus dem Verhältnis ihrer relativen Bewegung zur Lichtgeschwindigkeit ergeben, da diese die ausschlagebende Konstante der Transformation ist. Je mehr sich die Geschwindigkeit einer Person der Lichtgeschwindigkeit nähert, desto extremer wird die so genannte Zeitdilatation die diese erfährt. Die beobachtbaren Auswirkungen sind im alltäglichen Leben natürlich vernachlässigbar klein, da alle Bewegungen die wir ausmachen, verschwindend gering im Vergleich zur Lichtgeschwindigkeit sind. Das ist auch der Grund dafür, weshalb die Galilei-Transformationen bei irdischen Bedingungen nur zu minimalen Fehlern führen.

4.2 Die Lorenztransformation

Nun, da uns bekannt ist, das nicht nur die Newtonschen Gesetze der Mechanik in allen Inertialsystemen gleichförmig sein müssen, sondern auch die Maxwell Gleichungen, also die Geschwindigkeit des Lichts, erfüllen die Galileitransformationen nicht mehr den Anspruch der Invarianz aller Naturgesetze. Daher bedient man sich einer erweiterten Art der Transformation, den sogenannten Lorenztransformationen [1], die sowohl die Gesetze der Mechanik als auch die Lichtgeschwindigkeit bei der Transformation zwischen Inertialsystemen invariant lassen. Sie erfüllen die Erhaltung der Maxwell-Gleichungen in allen Bezugssystemen, so wie es die Galileitransformationen für die Newtonschen Gesetze taten. Die Lorenztransformationen vom Inertialsystem F zu F' welche sich sich mit der relativen Geschwindigkeit v auf der x Achse zu einander bewegen, und im zeitlichen und räumlichen Ursprung gleich sind, lauten:

$$x' = \frac{x - vt}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}.}} \tag{4.1}$$

$$t' = \frac{t - \frac{v}{c^2}x}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}.}} \tag{4.2}$$

Die Werte $y' = y$ und $z' = z$ bleiben, wie bei der Galileitransformation, gleich. Eine Herleitung dieser Transformationen erfolgt aus der Konstanz der Lichtgeschwindigkeit c in beiden Bezugssystemen. So gilt für einen Lichtstrahl:

$$x = ct, \qquad x' = ct'. \tag{4.3}$$

Zudem wird in die Galileitransformation (2.3) der Dilatationsfaktor γ eingesetzt, der in der Abbildung von F zu F' und in der von F' zu F gleich ist, da es wie gesagt kein bevorzugtes System gibt:

$$x' = \gamma(x - vt), \qquad x = \gamma(x' + vt'). \tag{4.4}$$

Durch das Einsetzen der beiden oberen Gleichungen in die Transformationen, ergeben sich zwei Gleichungssysteme, die multipliziert und aufgelöst den Dilatationsfaktor

$$\gamma = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} \tag{4.5}$$

ergeben und so die Transformation (4.1) herleiten. Durch Einsetzen der Transformationsgleichung von x in die von x' lässt sich die Lorenztransformation der Zeit t' (4.2) herleiten. [1]

[1] Ausführliche Herleitung der Lorenztransformationen im Anhang A.1.

4.3 Die Minkowski-Metrik

Eine verbreitete Art, die Lorenztransformationen auszudrücken, ist, die Nutzung des sogenannten Minkowski-Raumes, den der Physiker Hermann Minkowski wenige Jahre nach Aufstellung der speziellen Relativitätstheorie formulierte. Der Minkowski-Raum fasst die drei räumlichen Dimensionen (x,y,z) und die zeitliche Dimension (t) in der so genannten Raumzeit zusammen. Dies bedeutet, dass wir bei der Beschreibung von Ereignissen, Zeit und Raum zusammengefasst betrachten. Für diesen Vierervektorraum ist folgende Metrik formuliert:

$$g = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \end{pmatrix} \tag{4.6}$$

Wobei es keine Rolle spielt, ob die Raumkoordinaten oder die Zeitkoordinaten in der Metrik negativ werden. Der besondere Nutzen dieser Metrik liegt darin, dass das innere Produkt von Raum-Zeit Intervallen unter der Lorenztransformation invariant bleibt. Dies berechnet sich nach der Metrik in der Form:

$$a \cdot b = a^T g b = a_t b_t - a_x b_x - a_y b_y - a_z b_z \tag{4.7}$$

Das heißt, dass Raum-zeitliche Abstände zwischen Ereignissen bzw. Punkten im Minkowskiraum unabhängig von der Wahl des Inertialsystems gelten ($\Delta s^2 = \Delta s'^2$). Die einfachen Lorenztransformationen (4.1,4.2) haben im Minkowski-Raum folgende Form:

$$\begin{pmatrix} t' \\ x' \\ y' \\ z' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \gamma & -\gamma\frac{v^2}{c^2} & 0 & 0 \\ -\gamma\frac{v^2}{c^2} & \gamma & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} t \\ x \\ y \\ z \end{pmatrix} \tag{4.8}$$

Durch die Betrachtung dieser so genannten Raumzeit und den damit verbundenen absoluten Raumzeit-Intervallen zwischen Ereignissen, ergeben sich für selbige zwei Arten, die im Lichtkegelmodel verdeutlicht werden. So sind zwei Ereignisse bei einem Raumzeit-Abstand $\Delta s^2 > 0$ zeitartig, was bedeutet, dass sie am selben Ort, aber zu verschiedenen Zeitpunkten stattfinden können. Abstände über null $\Delta s^2 < 0$ heißen raumartig, und bedeuten eine völlig kausale Trennung beider Ereignisse. Es kann keine Information mit Geschwindigkeit c vom einen zum anderen vermittelt werden . Aussenden gibt es lichtartige Abstände/Intervalle, für die gilt: $\Delta s^2 = 0$. Das bedeutet, dass das ein Lichtsignal des ersten Ereignisses genau das zweite treffen würde.

Kapitel 5

Folgerungen

5.1 Zeitdilatation

Aus diesen Transformationen ergeben sich etliche Folgerungen für unser Verständnis von Raum und Zeit, der Beobachtung bzw. Messung von Ereignissen. Misst man zum Beispiel den zeitlichen Abstand zweier Ereignisse, die im eigenen Bezugssystem (F') am selben Ort stattfinden $\Delta t' = t'_1 - t'_2$ und ein anderer Beobachter (F) der sich relativ zum ersten mit der Geschwindigkeit v bewegt misst ebenfalls den zeitlichen Abstand beider Ereignisse $\Delta t = t_2 - t_1$, so würden beide nach der Lorenztransformation unterschiedliche Zeiten messen. Durch die Lorenztransformation (4.2) der Differenz $\Delta t'$ ergibt sich:

$$t_1 - t_2 = \frac{t'_1 - \frac{v}{c^2}x'}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}} - \frac{t'_2 - \frac{v}{c^2}x'}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}} = \frac{1}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}}(t'_1 - t'_2) = \gamma \Delta t \tag{5.1}$$

Woran man erkennt, das bewegte Uhren um den Faktor γ verlangsamt sind bzw. der Zeitabstand von Ereignissen als länger wahrgenommen wird (siehe Abschnitt 4.1 Dilatation).

5.2 Längenkontraktion

Das Gleiche gilt jedoch auch für die Messung von Längen, da Raumkoordinaten bei relativistischen Geschwindigkeiten ebenfalls lorenztransformiert werden. Misst also der zum Objekt unbewegte Beobachter F' für selbiges die Länge $\Delta x' = x'_1 - x'_2$ so misst der relativ bewegte laut Lorenz (4.1):

$$\Delta x = x_1 - x_2 = \frac{1}{\gamma}(x'_1 - vt') - \frac{1}{\gamma}(x'_2 - vt') = \frac{1}{\gamma}(x'_1 - x'_2) = \frac{\Delta x'}{\gamma} \tag{5.2}$$

Es erscheinen also Längen umso kürzer, je schneller sie sich zum Beobachter bewegen. Praktisch würde das heißen, dass jemand, der sich in einem Raumschiff befindet, welches sich mit annähernd Lichtgeschwindigkeit bewegt, in einer für ihn gemessenen Sekunde, für einen Beobachter auf der Erde eine deutlich weitere Strecke zurücklegt, als es seine eigentliche Geschwindigkeit zulassen würde. Für denjenigen auf der Erde wäre mehr Zeit vergangen, als für den im Raumschiff. Das bedeutet, dass längere Flüge durchs All für den Reisenden verkürzt werden bzw. er im Vergleich zur irdischen Zeit weniger gealtert wäre. Er selbst würde jedoch nie Geschwindigkeiten über c wahrnehmen, da alle Strecken und damit Geschwindigkeiten für ihn gestaucht erscheinen würden.

5.3 Geschwindigkeitsaddition

Aus dem Prinzip der Strecken bzw. Zeit-Dilatation um den Faktor γ lässt sich schon absehen, dass Ergebnisse einer Lorenztransformation bei Relativgeschwindigkeiten über der Lichtgeschwindigkeit ($v > c$) imaginär werden würden, da k eine negative Wurzel ergäbe. Folglich ist die Lichtgeschwindigkeit die maximal erreichbare Geschwindigkeit im Universum. Diese Folgerung wird, auch durch das relativistische Additionstheorem von Geschwindigkeiten und dem relativistischen Impuls, mit der damit verbundenen relativen Masse, bestätigt. Das Theorem der Geschwindigkeitsaddition ergibt sich direkt aus den Lorenztransformationen, und besagt, dass relative Geschwindigkeiten bei der Zusammensetzung von Einzelbewegungen zu einer Gesamtbewegung ebenfalls dilatieren. Bewegt sich zum Beispiel ein Körper mit der Geschwindigkeit v'_k zum Betrachter F', der sich selbst mit der Geschwindigkeit v relativ zum Betrachter F in die gleiche Richtung bewegt, so wird bei der Transformation der beobachteten Geschwindigkeit des Körpers für den zweiten Beobachter(v_k) anstelle der klassisch galileischen Transformation $v_k = v'_k + v$ folgende verwendet:

$$v_k = \frac{v'_k + v}{1 + \frac{v'_k v}{c^2}} \tag{5.3}$$

Hieraus wird zum Einen deutlich, dass bei der Addition zweier Geschwindigkeiten nie die Lichtgeschwindigkeit überschritten wird. Zum Anderen, dass selbige bei jeder Transformation erhalten bleibt. Es gilt also das zweite Einsteinsche Postulat.

5.4 Relativistische Masse

Wir wissen nun, dass kein Objekt die Lichtgeschwindigkeit überschreiten kann, kennen jedoch auch das Kraftgesetz der klassischen Mechanik, wonach ein Körper der Masse m auf den die Kraft F, wirkt gleichmäßig beschleunigt wird.

$$\vec{a} = \frac{\vec{F}}{m} \tag{5.4}$$

Was bedeuten würde, dass, wenn eine Kraft lang genug auf eine Masse wirkt, diese irgendwann Lichtgeschwindigkeit erreicht. Diese These wird jedoch durch die sich aus der Zeitdilatation und dem Impulserhaltungssatz ergebende relative Masse-Zunahme widerlegt. Betrachtet man zum Beispiel eine Stoßreaktion zweier Körper aus zwei verschiedenen Inertialsystemen F' und F so würden beide die selbe Impulsänderung $\Delta p' = \Delta p$ erkennen. Wäre jedoch das eine Inertialsystem F' orthogonal zur Stoßrichtung mit v bewegt, so würde in diesem der Körper verlangsamt erscheinen. Da jedoch die erkennbare Impulsänderung in beiden Systemen gleich ist, muss die Masse des Körpers entsprechend der Zeitdilatation zugenommen haben. Daraus folgt, das die Masse eines Körpers von seinem Bewegungszustand abhängig ist. Es gilt:

$$m_{\text{rel}} = \frac{m_{\text{Ruhe}}}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} \tag{5.5}$$

Folglich kann keine Kraft einen Körper auf Lichtgeschwindigkeit beschleunigen, da seine Masse und damit Trägheit, mit steigender Geschwindigkeit immer größer wird. Ein Körper der sich mit Lichtgeschwindigkeit bewegen würde, besäße unendliche Masse. Daher sind die Teilchen, die sich mit Lichtgeschwindigkeit bewegen, masselos. Für die Gesetze der Mechanik bedeutet die Relativität der Masse, dass der klassische Impulserhaltungssatz nur unter ihrer Berücksichtigung gültig ist. Man spricht daher vom relativistischen Impuls, der für eine bestimmte Ruhemasse folgende Form hat:

$$\vec{p} = \frac{m_{\text{Ruhe}}\vec{v}}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} \tag{5.6}$$

5.5 Die Äquivalenz von Energie und Masse

Es fällt natürlich schwer, etwas wie eine relative Masse nachzuvollziehen, da diese immer vom Betrachter abhängig wäre, während sie im Ruhesystem gemessen immer gleich bleibe. Aus diesem Grund spricht man hier eher von der Energie des Körpers, die sich abhängig von relativer Geschwindigkeit verändert. So hat jeder Körper mit Masse eine gewisse Grundenergie, zu welcher sich die kinetische hinzurechnet. Diese von der relativen Bewegung rührende Energie, lässt sich mit der Differenz zwischen Ruhemasse und relativer Masse ins Verhältnis setzen. Die Differenz zwischen m_{rel} und m_{Ruhe} beträgt:

$$m_{\text{rel}} - m_{\text{Ruhe}} = m_{\text{rel}}(\gamma - 1) \tag{5.7}$$

Bei niedrigen Geschwindigkeiten lässt sich dieser Ausdruck umformen:

$$m_{\text{rel}}(1 + \frac{1}{2}\frac{v^2}{c^2} - 1) = \frac{1}{c^2}\frac{m_{\text{rel}}v^2}{2} \tag{5.8}$$

Wenn man in den letzten Ausdruck nun die kinetische Energie ($E_{\text{kin}} = \frac{mv^2}{2}$) einsetzt, kommt man zu dem Ergebnis, dass die Differenz der Massen, der kinetischen Energie geteilt durch das Quadrat der Lichtgeschwindigkeit entspricht:

$$m_{\text{rel}} - m_{\text{Ruhe}} = \frac{E_{\text{kin}}}{c^2} \tag{5.9}$$

Mit dieser Äquivalenz lässt sich auch die Grundenergie eines Körpers durch seine Ruhemasse ausdrücken:

$$E = m_{\text{Ruhe}}c^2 \tag{5.10}$$

Dieser Zusammenhang zwischen Masse und Energie, wird in vielen Bereichen der Physik deutlich. Wenn zum Beispiel ein Körper Licht in Form von Photonen abstrahlt, so verliert er Masse, die äquivalent zur Energie der abgestrahlten Teilchen ist. Anders ausgedrückt: Seine Masse wir zu Energie. Aufgrund der enormen Größe des Faktors c^2 ist dieser Masseverlust jedoch sehr gering.

Kapitel 6

Übergang zur Allgemeinen Relativitätstheorie

Alle Folgerungen der Transformationen basieren auf den beiden Einsteinschen Postulaten die er in seiner 1905 aufgestellten Relativitätstheorie formulierte. Hierbei bediente er sich der Lorenztransformationen und stellte seine bekannte Formel der Masse-Energie Äquivalenz, sowie die relativistische Massenzunahme auf, welche bis heute das Bild der Atom- und Strahlenphysik sowie die Gesetze der Mechanik prägen. Seine Formel stellte sich jedoch als unvollständig heraus, da sie noch nicht den Begriff der Gravitation behandelte. Aus diesem Grund betitelte Einstein seine erste Theorie als die Spezielle Relativitätstheorie, und stellte 1915 die Allgemeine Relativitätstheorie auf. In ihr wurde die in Abschnitt 4.3 behandelte Raumzeit, also die Metrik der speziellen Relativitätstheorie selbst variabel und wird durch das Massefeld jedes Körpers gekrümmt, oder anders herum: jedes Massefeld ist eine Krümmung der Raumzeit. Die zentralen Thesen der speziellen Theorie, die ich bisher beschrieb, treffen jedoch auch weiterhin zu und gelten als Meilenstein der theoretischen Physik.

Anhang A

Herleitungen

A.1 Ausführliche Herleitung der Lorenztransformationen

Es gibt etliche Möglichkeiten, die Lorenztransformationen aus den Einsteinschen Axiomen herzuleiten. Die folgende (Quelle: [4]) ist jedoch selbst mit einfachen mathematischen Mitteln sehr gut nachvollziehbar. Man geht hierbei von den uns bekannten Galileitransformationen aus, die wir sowohl für x als auch für x' aufstellen können:

$$x' = x - vt, \qquad x = x' + vt'$$

Zudem ist uns durch das zweite Axiom gegeben, dass die gemessene Geschwindigkeit des Lichtes c in beiden Bezugssystemen gleich sein muss:

$$x = ct, \tag{A.1}$$

$$x' = ct' \tag{A.2}$$

Wenn wir jetzt eine Möglichkeit suchen, beide Ausdrücke zu verbinden, und die normalen Galileitransformationen um die konstante Lichtgeschwindigkeit erweitern, fügen wir beiden Transformationen den Korrekturfaktor γ hinzu:

$$x = \gamma(x' + vt'), \tag{A.3}$$

$$x' = \gamma(x - vt) \tag{A.4}$$

Jetzt haben wir die Möglichkeit A.1 und A.3, sowie A.2 und A.4 zu folgenden Ausdrücken zusammenzufassen:

$$ct = \gamma(x' + vt') = \gamma(ct' + vt') = \gamma t'(c + v) \tag{A.5}$$

$$ct' = \gamma(x - vt) = \gamma(ct - vt) = \gamma t(c - v) \tag{A.6}$$

Diese lassen sich nun miteinander multiplizieren. Durch das anschließende Dividieren des Faktors tt' ergibt sich:

$$c^2tt' = \gamma^2tt'(c^2 - v^2) \Longleftrightarrow \gamma^2 = \frac{c^2}{c^2 - v^2} = \frac{1}{1 - \frac{v^2}{c^2}} \tag{A.7}$$

Es ergibt sich also für den Korrekturfaktor, auch Lorenzfaktor genannt:

$$\gamma = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$$

Damit Ergeben sich aus A.3 und A.4 die Lorenztransformationen.

Setzt man nun die Transformation für x in A.4 ein, so erhält man:

$$x' = \gamma[\gamma(x' + vt') - vt] \tag{A.8}$$

Aus der Umformung dieses Ausdruckes ergibt sich die Lorenztransformation für t und damit auch für t':

$$t = \gamma(t' + \frac{v}{c^2}x') \tag{A.9}$$

$$t' = \gamma(t - \frac{v}{c^2}x) \tag{A.10}$$

Anhang B

Experimente

B.1 Michelson-Morley Experiment

Mit dem Michelson-Morley Experiment versuchte man den so genannten Äther, also ein Fließmedium des Lichtes, nachzuweisen. Es gab nämlich die weit verbreitete Theorie, das Licht, genau wie Schall, ein Medium bräuchte um sich fort zu bewegen. Dies sei zwar nicht erkennbar, solle aber den „Fluss“ des Lichtes beeinflussen. So dachte man, da sich die Erde auf einer Kreisbahn um die Sonne befindet, es müsse eine bevorzugte bzw. eine, durch die Bewegung zum Medium beschleunigte Richtung des Lichtes geben. Um dies nachzuweisen, lies Albert Abraham Michelson 1887 einen Lichtstrahl über eine Spiegel-Konstruktion in verschiedene Richtungen leiten. Durch die Interferenz konnten sehr exakte Messungen der Geschwindigkeit des Lichtstrahls gemacht werden. Die Messungen hätten eine Verschiebung um die Umlaufgeschwindigkeit der Erde finden können. Der Versuch kam jedoch zu dem Ergebnis, dass sich Licht in alle Richtungen, unabhängig von der Bewegung des Ursprungs, mit der selben Geschwindigkeit bewegt.

Literaturverzeichnis

[1] Einstein, Albert: “Relativity, the Special and the General Theory”, 40 Engelhard Avenue, New Jersey 07001: Random House Value Publishing, Inc. (1961)

[2] Maurer, Harald: “Kritische Texte zur Speziellen Relativitätstheorie” (WWW-Seite, Stand 30.01.2013)`http://www.mahag.com/srt/srtall.php` (Zugriff: 24.01.2013)

[3] Mertens, Stephan: “Kursvorlesung Theoretische Physik I, 3. Semester”(WWW-Seite, Stand 30.01.2013)(Text Datei: ”www-e.uni-magdeburg.de/mertens/teaching/mech/skript/minkowski.pdf”) `www-e.uni-magdeburg.de` (Zugriff: 24.01.2013)

[4] `www.ha.shuttle.de/ha/hildegardis/mint/physik/materialien`, (Text Datei: ”www.ha.shuttle.de/ha/hildegardis/mint/physik/.../lorentz.pdf”) (Zugriff: 24.01.2013)

[5] “Die relativistische Masse”, (WWW-Seite, Stand 30.01.2013) `teacher.eduhi.at/alindner/Dyn_Geometrie/RelTheorie/sites/rel_Masse.htm` (Zugriff: 24.01.2013)